**Nama : Ilmi Faizan**

**NIM : E1E120011**

**MK : Kalkulus II**

**Rangkuman Materi Video Part 9-12**

1. **Limit Fungsi Dua Peubah**

Definisi :

Fungsi f(x*,y*) mempunyai limit L untuk (*x,y*) mendekati (*xo,yo*)

Ditulis :

ada jika untuk sembarang kurva yang melalui (xo,yo).

Jika terdapat paling sedikit 2 kurva di *R­2* yang melalui (*xo,yo*)dengan nilai berbeda untuk masing-masing kurva, maka dikatakan tidak ada.

**Contoh soal :**

Tunjukkan bahwa tidak ada.

Penyelesaian :

* Jika (x,y) (0,0) di sepanjang garis y = 0, maka
* Tetapi, jika (x,y) (0,0) di sepanjang garis y = x2, maka
* Karena kedua limit diatas berbeda, tidak ada.

1. **Kekontinuan**

Definisi :

Fungsi dua buah *f(x,y)* kontinu di titik (a,b) jika :

1. f(a,b) terdefinisi
2. ada

Teroma Kekontinuan :

1. Polinom dengan *m* peubah kontinu di *Rm*
2. Fungsi rasional dengan *m* peubah, *f(x,y)* = , kontinu pada *D*f  asalkan q(x,y) ≠ 0
3. Jika *g* fungsi dua peubah kontinu di (a,b) dan *f* fungsi satu peubah kontinu di *g(a,b)*, maka *f g* kontinu di (a,b), didefinisikan  *f g (x,y) = f(g(x,y))*

**Contoh soal**

Tunjukkan apakah  *f* (x,y) = 2x3y + 2y kontinu di titik (1,2)

Penyelesaian :

* Menentukan nilai limit fungsi

2x3y + 2y = 2(1)3 + 2(2) = 8

* Menentukan nilai fungsi

*f* (1,2) = 2(1)3 (2) + 2(2) = 8

* Karena, nilai limit = nilai fungsi, maka dapat disimpulkan

*f* (x,y) = 2x3y + 2y kontinu di titik (1,2)

Teorema (dapat diturunkan) :

Jika *f*x (*x,y*) dan *fy* (*x,y*) kontinu di domain, maka fungsi *f* (*x,y*) dikatakan dapat diturunkan pada setiap titik di domain tersebut

1. **Turunan Berarah**

Misalkan *f* dapat dideferensialkan di (a,b), maka turunan berarah di (a,b) pada arah vektor satuan = u1 + u2 adalah hasil kali titik antara vektor gradien dengan vektor satuan tersebut.

Dapat ditulis :

D *f* (p) =  *f* (p) ● atau D *f* (a,b) = *fx* (a,b) *u*1 + *fy* (a,b) *u2*

Perhatikan bahwa karena vektor satuan, maka :

D *f* (p) =  *f* (p) ● = || *f* (p) || cos = || || cos

Sehingga turunan berarah akan bernilai maksimum ketika = 0, yaitu jika  *f* (p) dan searah, sehingga =

**Contoh Soal**

Tentukan turunan berarah dari pada titik dalam arah vektor

Penyelesaian :

Kemudian mencari vektor u

Kemudian mencari vektor gradient

Sehingga

1. **Aturan Rantai**

Misalkan *x = x* (*t*) dan *y = y* (*t*) terdiferensialkan di *t*  dan z= *f* (x,y) terdiferensialkan di (x(t), y(t)), maka z = *f* (x(t), y(t)) dapat dideferensialkan di t dan definisikan sebagai :

**Contoh Soal**

Misalkan z = x2y3 dengan x = t3 + 1 dan y = t2 + 1, hitunglah

Penyelesaian :

(2xy3) (2t) + (3x2y2) (2t)

4t (t2 + 1) (t2 – 1)3 + 6t (t2 + 1)2 (t2 – 1)2

4t (t4 – 1) (t2 – 1)2 + 6t (t4 – 1)2

2t (t4 – 1) [2 (t2 – 1)2 + 3 (t4 – 1)]

1. **Bidang Singgung**

Definisi :

Misalkan suatu permukaan *S* mempunyai persamaan *F* (x,y,z) = *k* (z = *f* (x,y) sama dengan *F* (x,y,z) = *f* (x,y) – z = 0), maka bidang singgung dari *S*  pada titik *Po* (a,b,c) adalah sebuah bidang yang melalui *Po* dan tegak lurus pada *f* (a,b,c).

Teorema bidang singgung :

Untuk permukaan *F* (x,y,z) = *k,* persamaan bidang singgung di titik (a,b,c) adalah :

***Fx* (a,b,c) (x – a) + *Fy* (a,b,c) ( y – b) + *Fz* (a,b,c) (z – c) = 0**

Jika permukaan z = *f* (x,y) maka persamaan bidang singgung di (a,b,f (a,b)) adalah :

*Fx* (a,b) (x – a) + *fy* (a,b) (y – b) – 1 (z – c) = 0 (c = *f* (a,b))

**z – *f* (a,b) = *fx* (a,b) ( x – a) + *fy* (a,b) (y – b)**

**Contoh Soal**

Tentukan persamaan bidang singgung dari garis normal permukaan :

di titik

Penyelesaian :

Jadi, persamaan bidang singgung di

(

Jadi, persamaan parameter garis normal adalah

, ,

Atau bias ditulis persamaan simetris garis normal